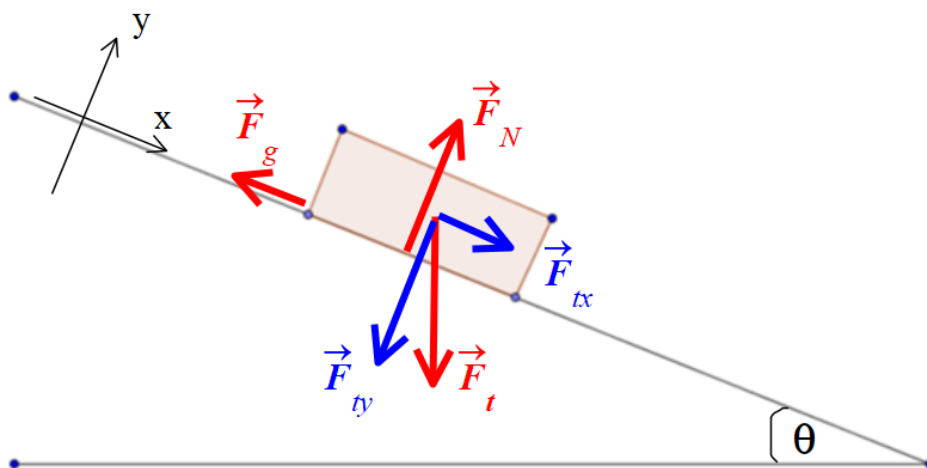


Skråplan

Nicolai Kliem, NKL

Roteret koordinatsystem



Figur 1 Fritlegemediagram over klods på skråplan. De blå vektorer er komponenterne for tyngdekraften. Bemærk at koordinatsystemet ligger fast i forhold til skråplanet med x-aksen i planets retning og y-aksen normal på planet.

Normalt har vi lægger vi vores koordinatsystem, så x-aksen er horisontal og y-aksen peger lodret opad. Ved skråplanet lægger vi vores koordinatsystem fast i forhold til skråplanet, dvs. vi roterer koordinatsystemet. Vi betegner med θ skråplanets vinkel med horisontalt.

I y-aksens retning vinkelret på planet har vi tyngdekraftens komponent givet ved

$$F_{ty} = m \cdot g \cdot \cos(\theta)$$

Normalkraften er modsatrettet, men har samme størrelse

$$F_N = m \cdot g \cdot \cos(\theta)$$

I x-aksens retning parallelt med planet har vi tyngdekraftens komponent givet ved

$$F_{tx} = m \cdot g \cdot \sin(\theta)$$

Statisk friktion

For en stillestående klods, vil gnidningskraften være modsatrettet tyngdekraftens komponent i x-aksens retning men med samme størrelse

$$F_g = F_{tx}$$

For en stillestående klods vil den maksimale gnidning være givet ved normalkraften som

$$F_g = \mu_s \cdot F_N$$

Og vi kan derfor finde den statiske gnidningskoefficient ved at finde vinklen lige der hvor klodsen netop ikke glider

$$F_g = F_{tx}$$

$\Leftrightarrow$

$$\mu_s \cdot m \cdot g \cdot \cos(\theta) = m \cdot g \cdot \sin(\theta)$$

$\Leftrightarrow$

$$\mu_s = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$$

$\Leftrightarrow$

$$\mu_s = \tan(\theta)$$

Dynamisk friktion

Konstant hastighed

Hvis klodsen glider med konstant fart, har vi at den resulterende kraft er nul og vi kan bruge samme udledning som ovenfor, blot med en anden vinkel. Klodsens dynamiske gnidningskoefficient bestemmes således ud fra vinklen, hvor klodsen glider med konstant hastighed.

$$\mu_d = \tan(\theta)$$

Accelererende klods

Det kan være svært at bestemme den vinkel, hvor klodsen lige netop har konstant hastighed. Man kan derfor også lave et forsøg, hvor man tillader klodsen at accelerere. Hvis klodsen accelererer, er der en resulterende kraft givet ved forskellen mellem tyngdekraftens komponent i planets retning og den dynamiske gnidningskoefficient som

$$F_{res} = F_{tx} - F_g$$

$\Leftrightarrow$

$$m \cdot a = m \cdot g \cdot \sin(\theta) - \mu_d \cdot m \cdot g \cdot \cos(\theta)$$

$\Leftrightarrow$

$$\mu_d = \tan(\theta) - \frac{a}{g \cdot \cos(\theta)}$$

Videoer

Der er to gode videoer som man kan se:

1. https://youtu.be/Xw4e_B7xeSU (11:18 min)
2. https://youtu.be/g_7OMPldGH0 (13:00 min)

Jeg mener dog, at de siger to ting i videoerne, som ikke er helt korrekte.

Bemærkning til 1. video

Vi har, at den maksimale værdi gnidningskraften kan have er $F_{g,\max} = \mu \cdot F_N$ hvor μ er gnidningskoefficienten og F_N er tyngdekraftens komponent i x-aksens retning.

Så længe skråplanets vinkel er mindre end den kritiske vinkel, altså længe genstanden på planet står stille, er gnidningskraften lig med tyngdekraftens komponent i planets retning, dvs. vi har $F_g = F_{tx}$ og det er kun lige netop når vinklen bliver kritisk, altså lige før genstanden skrider, at gnidningskraften har den maksimale værdi.

Bemærkning til video 2

Han siger til sidst i videoen at μ ikke kan være større end 1 og at vinklen derfor ikke kan være større end 45° . Dette mener jeg, må være forkert.